

Enseñar matemáticas a adolescentes

E. SERRANO

I.E.S. África, Fuenlabrada (Madrid)

estebanx@terra.es

Resumen

De entre todas las disciplinas es, sin duda, la matemática, una de las que más se ha preocupado por su didáctica. Cómo enseñar matemáticas es una cuestión que ha interesado profundamente a muchos de los grandes matemáticos a lo largo de la historia. Desde que los griegos eligieron las matemáticas como modelo de saber, los esfuerzos por hacernos entender no han dejado de producirse. En este artículo se recogen algunos aspectos de la problemática de la enseñanza de las matemáticas en los niveles preuniversitarios.

1 La didáctica de las matemáticas

La didáctica es la habilidad para enseñar, es elegir la metodología adecuada para cada situación. No es lo mismo dirigirse a unos universitarios que a un empresario que va a comprarte una aplicación informática.

Un profesor debe adaptarse. No se puede presentar del mismo modo las ecuaciones en primaria que en secundaria, y es imposible abordar igual las integrales que el cálculo del máximo común divisor. Más aún, no se parece en nada el desarrollo de las funciones lineales en un grupo de 4º de ESO de repetidores (que están deseando cumplir la edad necesaria para abandonar el instituto) que en un grupo encaminado a estudiar ciencias.

Todos, seamos docentes o no, tenemos nuestra forma de enseñar y a casi todos, nuestro método nos parece el mejor, o con más precisión, nos parece el más adecuado para nosotros. No obstante, sí hay para mí dos factores imprescindibles que debieran formar parte de todos los decálogos de didáctica:

Esteban Serrano Marugán es Profesor de Matemáticas de Secundaria y ha colaborado varias veces en la sección de educación del diario *El País*. Es autor del libro *¡Ojalá no hubiera números!* publicado por Editorial Nivola.

El primero es conocer la materia. Casi no merece la pena extenderse en algo tan obvio como esto y solo apuntaré que cuanto más se domine lo que queremos enseñar, más recursos metodológicos nos surgirán, más facilidad de expresión tendremos, aumentará nuestra riqueza de vocabulario, el enfoque (hacia dónde se quiere ir) lo veremos más claro, en pocas palabras, nos sentiremos mucho más seguros, y esta seguridad la transmitiremos a los alumnos.

El segundo es intentar ser siempre uno mismo. El profesor que es serio en la vida real debe serlo también en el aula, el que es distante, el que es desordenado, el que es dicharachero, cada cual debe comportarse como es. Los alumnos son muy perspicaces y si ven que estamos forzados van a intentar buscarnos las cosquillas. Así que el que sea tímido que no intente parecer abierto, y el que sea hablador que no pretenda ser callado.

Estos dos factores contribuyen a conseguir lo que a mi juicio es la llave para poder enseñar: la autoridad del profesor. A partir de aquí...

2 Los adolescentes: nuestros alumnos

Yo creo que, en el fondo, los adolescentes no han cambiado. Ya sea actualmente, o cuando nosotros nos sentábamos en los pupitres, o incluso en siglos pasados, el profesor siempre ha tenido la misma percepción de sus alumnos. Las quejas se han repetido año tras año, generación tras generación: no muestran interés, no hay disciplina, les falta hábito de estudio, no les interesa nada. Y es que es muy difícil (no imposible) que a un adolescente le guste estudiar.

En cambio, observo dos variables que sí han cambiado en la educación:

Una es la obligatoriedad de la enseñanza hasta los 16 años, lo que trae consigo que haya un alto porcentaje de alumnado que no presenta ningún interés por lo que le ofrecemos y además negándose en redondo a estudiar, ni poco ni mucho, nada. En la época en la que los actuales profesores éramos alumnos no ocurría esto. Así pues, toda comparación que intentemos debe hacerse contemplando esta crucial ponderación. Ahora un profesor de secundaria está obligado a calmar a los cinco objetores (activistas del desorden) que hay en cada aula, debe intentar motivar a una decena de alumnos pasivos, y además tiene que enseñar algo, pero no lo mismo a todos. Una tarea muy compleja.

Los padres de nuestros alumnos son, a mi juicio, el otro gran cambio que vive la educación, reflejo, en parte, de la sociedad que nos envuelve. A mí no me gustaba estudiar, pero mis padres insistían e insistían una y otra vez en la conveniencia de hacerlo. A mí no me apetecía hacer los deberes, pero mis padres me obligaban sin piedad (¡gracias!). Cuando suspendíamos, nuestros padres nos reprendían incluso con castigos. Y no hay que engañarse, quienes más autoridad pueden tener en un adolescente son su padre y su madre, si éstos saben ganársela y ejercerla, los beneficios serán patentes. Actualmente, esta autoridad (que tanto facilitaba el trabajo de los profesores) no brilla precisamente por su abundancia. También tengo la sensación de que antes los padres apoyaban más a los profesores.

Entre todos debemos recuperar la confianza en el profesor. Al igual que

el enfermo sigue la medicación que sugiere su doctor, o el futbolista acepta los consejos de su entrenador, debemos conseguir que el alumno confíe en su profesor.

3 Motivación de los alumnos

Aunque las matemáticas no son solo un juego, es indiscutible que no podemos negar su componente lúdico; incluso en algunas ramas, su peso e importancia son extraordinarios. En la teoría de la probabilidad, en la teoría de juegos, en algunas partes de la geometría (teselaciones, recubrimientos), en el campo de la aritmética, el juego desempeña un papel primordial. Esta parte lúdica es un eslabón de enganche riquísimo para nuestros alumnos, es algo así como un reclamo publicitario (no engañoso), una puerta de entrada a este mundo de números, figuras, teoremas y abstracciones.

Las matemáticas reúnen aspectos de una variedad asombrosa: atractivos, bellos, algunos ocultos, unos sencillísimos, otros complicadísimos, paradójicos, extraños y chocantes, evidentes, llenos de lógica..., las matemáticas ofrecen tanta riqueza que la motivación hay que buscarla dentro de la propia matemática. Un problema elegido a propósito, un resultado inesperado, una anécdota, un cálculo rápido y contundente, una paradoja inquietante, pueden ser una magnífica motivación. No hace falta rebuscar fuera de las matemáticas. Tenemos esa suerte y debemos aprovecharla.

Pero debemos ser realistas: ¿cómo se puede conseguir que un alumno disfrute sumando polinomios? De ninguna forma. Llega el momento de mandarles una batería de ejercicios sin intentar malabarismos. También es cierto que una buena nota merecida siempre es una estupenda motivación.

No obstante, la mejor motivación del alumno es el convencimiento de que estudiar será beneficioso para él.

Aprovecho para comentar un misterio aún sin resolver. Ocurre en los niños en torno a los 11 años de edad y es el cambio radical de su actitud ante la escuela. Pasan de sentir adoración por sus profesores a considerarles como enemigos; si recibían con alegría y expectación las novedades, ahora sospechan de todo; lo que antes era una ansia por aprender, se transforma en una indiferencia absoluta. Si no se consigue que superen esta crisis, luego será difícilísimo hacerlo.

4 La historia de las matemáticas como recurso didáctico

Hacerse una ligera idea de los principales descubrimientos matemáticos, sus épocas, sus entornos, la personalidad de algunos grandes matemáticos, problemas fundamentales, todos estos elementos de una historia básica de las matemáticas son para mí absolutamente necesarios dentro de cualquier currículum. Y no me refiero a que aparezcan al final del capítulo o del bloque en los libros de texto, creo que estas nociones básicas de la historia matemática deben incluirse dentro de los capítulos, formando parte de cada tema.

Saber qué son los *Elementos*, conocer algo de la búsqueda del número pi, la introducción de las cifras hindúes en Occidente, son carencias ya muy arraigadas en los temarios de matemáticas.

Cuando un alumno ha aprendido que las matemáticas nacieron poco a poco, que los conceptos surgieron después de años y años de maduración, que los grandes matemáticos dieron soluciones erróneas, que dichos errores se subsanaron más tarde, que hay problemas aún sin resolver. Esto ayuda a sentir las matemáticas como algo nuestro, humano, y no sacado de una perversa mente extraterrestre. Desde aquí invito a todos los docentes a que utilicen la historia de las matemáticas para introducir nuevos temas, para escoger problemas, para aprovechar a relacionar cultura con ciencia, para buscar dificultades y sus soluciones, para hacerse una idea de la evolución de los conceptos matemáticos.

5 El mito de entender las matemáticas

He oído cientos de veces a mis alumnos la siguiente frase: “es que no lo entiendo”. Con agrado e interés repito la explicación e intento resolver la duda de la mejor manera posible.

Pero el “no entiendo” al que me quiero referir es al que se desarrolla más o menos de este modo: “ah, es que no lo entiendo, así que ya no hago nada más” Algunos ejemplos muy familiares podrían ser: “como no entiendo la jerarquía de las operaciones ya no hago ningún ejercicio más”, “como no entiendo lo que es una derivada, no sigo”, “como no entiendo...”. A veces, incluso gritando les he dicho “no te preocupes, aunque no lo entiendas, hazlo, ¡hazlo!”. Si lo entienden es fantástico, pero lo contrario no debe autorizarlos a tirar la toalla. Yo no entiendo cómo funciona este PC pero lo uso, lo utilizo, lo manejo.

Entender las matemáticas debe ser un objetivo perenne, pero si no se comprenden no hay que rendirse, hay que continuar. Las matemáticas tienen la extraña virtud de que aún no entendiéndolas se puede trabajar con ellas y, desde luego, obtener excelentes notas. Yo asimilé el concepto de derivada cursando Análisis II en la carrera y no por ello dejé de hacer cientos de derivadas en B.U.P.

Se ha insistido demasiado en que si no se entienden las matemáticas no se puede navegar entre ellas. Esto trae consigo otra losa que pesa sobre todos nosotros y es la cantinela de “es que a mí las matemáticas no se me dan bien”. Jamás oí a nadie decir “es que el pretérito imperfecto se me da mal”. Las matemáticas, como todas las disciplinas, hay que estudiarlas, y si no se entienden, hay que seguir estudiándolas, como todas las disciplinas, y luego más estudio. Y si se entienden... pues también hay que estudiarlas.

6 El rigor en las matemáticas

Creo que el rigor de las matemáticas es uno de los valores que más hay que potenciar e inculcar a nuestros alumnos. El orden, la meticulosidad, la corrección, en definitiva, el rigor, es algo que debemos enseñar a nuestros

alumnos, en matemáticas y en todos los aspectos de la vida. Velar por este fin puede resultar cansado y pesado: la de cantidad de veces que hay que corregirles cuando encadenan signos de igualdad incorrectamente, cuando no suman la constante al resolver una integral, cuando no indican qué representa la incógnita, cuando escriben una respuesta sin unidades... Y al final, después de días y días con esta cruzada, acaban por aceptar estas correcciones, que lo aprendan ya es otro asunto.

7 El bachillerato

Los dos cursos de bachillerato son los más esclavos de todos y esto es muy triste porque, precisamente, es en ellos donde se abordan los conceptos más atractivos de la matemática que estudian nuestros alumnos.

El bachillerato se encuentra prisionero entre lo cosechado en la ESO y la espada de Damocles de las Pruebas de Acceso a la Universidad. En primero de bachillerato nos las vemos y deseamos para que nuestros alumnos asimilen de una vez por todas lo que les hemos repetido durante la ESO; y en segundo de bachillerato nos las volvemos a ver y desear para prepararles para las Pruebas de Acceso a la Universidad. Todo ello a un ritmo endiablado y sin poder extendernos en temas tan apasionantes como geometría, análisis o probabilidad.

Y así, poco a poco, paulatinamente, el bachillerato se ha ido convirtiendo en una academia preparatoria para superar las Pruebas de Acceso a la Universidad. El profesor de bachillerato se ve abocado a eso, a la receta, al problema tipo, a pasar de puntillas por conceptos claves, a no profundizar,... y luego vienen las quejas desde la Universidad: ¡no están preparados! Claro que no: están preparados para hacer más o menos bien algunos ejercicios de una de las dos opciones de las Pruebas de Acceso a la Universidad.

El debate está servido: ¿y si no hubiera ningún tipo de prueba? ¿y si se cambiara el tipo de prueba? ¿y si fuera tipo test? ¿y si dejaran llevar apuntes y libros a las pruebas?

A propósito de las lamentaciones: las empresas se quejan de que los universitarios no salen bien formados; en las facultades se quejan de los bachilleratos y éstos de la secundaria; en secundaria nos quejamos de la primaria, que a su vez se quejan de los padres que se quejan de sus hijos que se quejan de todo el mundo. Por quejarse que no quede.

Todos debemos asumir nuestra responsabilidad e intentar por todos nuestros medios (escasos a veces) enmendar las carencias que observemos. En las facultades de matemáticas debería haber asignaturas en primer curso para paliar estas deficiencias, una especie de introducción para afrontar la carrera con garantías.

Antes de acabar con el bachillerato, debo hacer un inciso muy doloroso: en el actual sistema educativo se da un caso sangrante, nunca visto ni en las novelas de terror absoluto, y es que se permita que un alumno que vaya a estudiar Biología, Medicina, Geología o, por ejemplo, Veterinaria pueda hacerlo sin cursar matemáticas en 2^o de bachillerato.

8 ¿Qué currículum es el apropiado?

Una sola pregunta y multitud de respuestas, casi tantas como docentes. Además, la perspectiva de cada uno es bastante subjetiva: a mí me gustaba el B.U.P que fue lo que estudié; a mis profesores les gustaba el bachillerato y en general, cada cual está conforme con lo que le tocó vivir. Pero como siempre, si aceptamos el axioma de elección y elegimos lo mejor de cada casa, encontraremos el currículum más apropiado. Quitémonos de una vez por todas la idea de que lo antiguo es malo sólo por ser antiguo. El *Quijote* es antiquísimo y es maravilloso.

En la actual reforma se observa un déficit bastante preocupante en aspectos primordiales del cálculo: las cuatro operaciones básicas, la jerarquía de las operaciones, agilidad en cálculo aritmético, descomposición en factores primos de un número, resolución de ecuaciones sencillas, las expresiones notables, geometría básica, combinatoria, probabilidad.

Creo que en los últimos tiempos se ha primado excesivamente, y muy en detrimento de lo puramente mecánico, la comprensión de conceptos y sobre todo se ha intentado hacer una matemática más suave. A resolver ecuaciones se aprende resolviendo un ciento (por cierto, elijan un libro cualquiera de sus hijos y compárenlo con el que estudiaron ustedes, ¿cuántas ecuaciones tiene cada uno?); a operar con soltura se llega después de miles de cálculos; las expresiones notables no se olvidan si se hacen millones de ellas.

Debemos recuperar estos quehaceres y debemos recuperarlos desde la primaria. No despreciar los cuadernos *Rubio*. No olvidemos que cuanta más seguridad tenga un alumno en los cálculos básicos, con más confianza y ganas abordará los temas superiores de la matemática. ¿Cuántas veces hemos visto a nuestros alumnos de bachillerato estrellarse con las derivadas solo por carecer de herramientas de cálculo?

Por último, añadir que yo prefiero que nuestros alumnos sepan bien unos pocos conceptos a que conozcan muchos y regular.

9 ¿Son importantes las matemáticas?

Cuando mis alumnos me preguntan que para qué les sirven las matemáticas yo les contesto con interrogaciones: “¿pero no crees que si el ser humano lleva más de 2.500 años estudiándolas será por algo?”. Desde luego, no les convengo.

Las matemáticas son importantísimas por muchísimos motivos, yo voy a destacar tres:

El primero es que las matemáticas son una ciencia. Un conjunto de reglas y conceptos que sirven para resolver problemas reales que han surgido y la humanidad trata de superarlos.

El segundo motivo es que las matemáticas son el certificado de garantía para todas las demás ciencias. Cualquier resultado de cualquier otra ciencia debe pasar obligatoriamente por la lupa de las matemáticas para verificar su autenticidad. Sería estupendo que los profesores de matemáticas tuviéramos más en cuenta esto e incluyéramos dentro de nuestros intereses al resto de las

ciencias. Poner problemas de física, química, dibujo técnico, biología, ecuaciones con la t como incógnita, operaciones con cantidades del orden del Número de Avogrado..., mis colegas de otras asignaturas se quejan con razón: “¿es que no les enseñáis a operar?”.

El tercer motivo alude a las matemáticas como lenguaje. Un inmenso lenguaje universal con unas reglas muy precisas, resultado de siglos de evolución, con sus signos, sus enunciados, un lenguaje creado para facilitar el razonamiento humano y su transmisión. Paradójicamente nuestros alumnos encuentran en el lenguaje matemático la principal dificultad para entender las matemáticas.

Muchas veces se debate acerca de qué matemáticas necesita una persona (nuestros alumnos) para desenvolverse en esta sociedad. Mi respuesta la tengo muy estudiada: las cuatro operaciones básicas, la regla de tres, cálculo de porcentajes, nociones muy básicas de geometría (figuras en el plano, áreas), nuestro sistema métrico y un poquito de estadística (comprensión de gráficos, y parámetros). Pregunten ustedes a amigos suyos (médicos, comerciantes, pasteleros) qué matemáticas utilizan ellos. Desde luego, nadie emplea las ecuaciones en su vida cotidiana.

Yo pienso que la verdadera importancia de las matemáticas reside, no tanto en sus conceptos, sino en que educan la mente humana, mejorando un buen número de habilidades interesantísimas: capacidad de abstracción, facilidad a la hora de afrontar problemas de todo tipo y resolverlos, capacidad de síntesis, saber encontrar qué es lo principal de una situación, agilidad mental, imaginación, perspicacia, algo de ironía, espíritu crítico, etc.

10 La formación del profesorado

Una cualidad que debemos tener los profesores es la humildad, en el sentido de que constantemente podemos y debemos aprender más. Siempre es posible encontrar mejores actividades, mejores introducciones, mejores modelos de exámenes. Estudiar nunca está de más (¡somos profesores!) y ya se ha dicho, cuando más se domine la materia, más recursos metodológicos y pedagógicos vamos a encontrar.

Otra cuestión altamente interesante es si se puede enseñar a enseñar. Afirmativo y negativo. Sí se pueden dar a conocer recursos bibliográficos, colecciones estupendas de ejercicios, actividades variadas, se pueden elaborar temas, secuenciarlos, preparar problemas. Todo esto va a ayudar mucho pero no bastará. ¡Atención!, cuando un profesor entra en el aula, cierra la puerta tras de sí y se enfrenta a 30 adolescentes con sus cabezas repletas de neuronas alocaadas (¿las recuerdan?), puede ocurrir de todo. Y los que sean docentes saben que este “de todo” es tan amplio como imprevisible.

11 Final

Hace más o menos 4.000 años, un escriba egipcio llamado Ahmes copió en un papiro una colección de 85 problemas de matemáticas con sus soluciones. Dicha

obra, conocida como el Papiro de Rhind, está considerada como el libro de texto de matemáticas más antiguo de la historia. Su título completo no tiene desperdicio y lo dejo aquí como última reflexión, para leerlo lentamente: *Cálculo Exacto para Entrar en Conocimiento de Todas las Cosas Existentes y de Todos los Oscuros Secretos y Misterios.*

Las matemáticas son así.